COMPARATIVE ANALYSIS OF EXACT AND ITERATIVE METHODS FOR SOLVIN SLAES

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОЧНЫХ И ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ СЛАУ

Author: **Evgeni VARMASHKIN, Anna VASILEVA,** e-mail: varmashkinevgenii@gmail.com

Abstract. *The numerical solution of systems of linear algebraic equations (hereinafter SLAE) is one of the most frequently encountered problems in scientific and technical research, mathematical physics (numerical solution of differential and integral equations), economics, statistics. According to modern literature, about 75% of all computational problems lead to the solution of systems of linear algebraic equations. And, accordingly, the need to choose the method of solving SLAE, giving, with the use of computer technology, an effective result is actualized. This article compares the different methods for solving SLAE*

Keywords: *conditional thickness method, influence factor, mining block, pillar, roof, stability.*

Вступление

Численное решение систем линейных алгебраических уравнений (в дальнейшем СЛАУ) – одна из наиболее часто встречающихся задач в научно-технических исследованиях, математической физике (численное решение дифференциальных и интегральных уравнений), экономике, статистике. По оценкам современной литературы, около 75 % всех вычислительных задач приводит к решению систем линейных алгебраических уравнений. И, соответственно, актуализируется необходимость выбора метод решения СЛАУ, дающий, при использовании вычислительной техники, эффективный результат.

Материалы и метода

Для рассмотрения были выбраны методы Зейделя, как достаточно быстро сходящийся итерационный метод и метод Жордана-Гауса. Данные измерения были собраны при помощи программы написанной на языке программирования высокого уровня С++. С использованием программного обеспечения . Microsoft Visual Studio13

Результаты

В компьютерных науках, для оценки асимптотики алгоритма используется нотация О-большое.

Рассмотрим асимптотику метода Жордана-Гаусса. Пусть на входе имеется матрица n*m элементов. Тогда выходит, что наша программа проходит n фаз, в каждой из которых мы совершаем ряд действий, а именно 1-находим и переставляем опорный элемент (это мы можем сделать за O(n+m)) (стоит отметить, что этот пункт имеет меньшую асимптотику, чем второй.)

2-в случае, если в уравнении найден опорный элемент-прибавляем текущее уравнение ко всем остальным (O(n*m)).

Однако, 2 пункт выполняется не более min(n,m) раз, т.к. ровно столько у нас зависимых уравнений.

Таким образом, итоговая асимптотика выглядит как O(min(n,m)*n,m).

Ну а при условии, что матрица квадратная, т.е. n=m, эта оценка превращается в .

На первый взгляд, это не так уж и много. Однако, при решении СЛАУ большой размерности, уже при n>10^3, даже на современных ЭВМ затраты времени достаточно велики.

Например, время решения СЛАУ из 1000 уравнений с помощью последовательной реализации метода Гаусса на бюджетном ПК с конфигурацией Intel Coretm2 Duo T5250 (1.5GHz), 2.00GB RAM составляет 4.250 сек. Для решения СЛАУ из 2500 уравнений в

http://dx.doi.org/10.17770/het2018.22.3633

тех же условиях требуется 64.985 сек. А для систем из уравнений требуется уже более одного часа.

Метод Зейделя-это модификация метода простой итерации. Однако, он обладает лучшей сходимостью, так как для него характерна тенденция использования приближений, полученных по ходу процесса, наиболее близких к конечному результату.

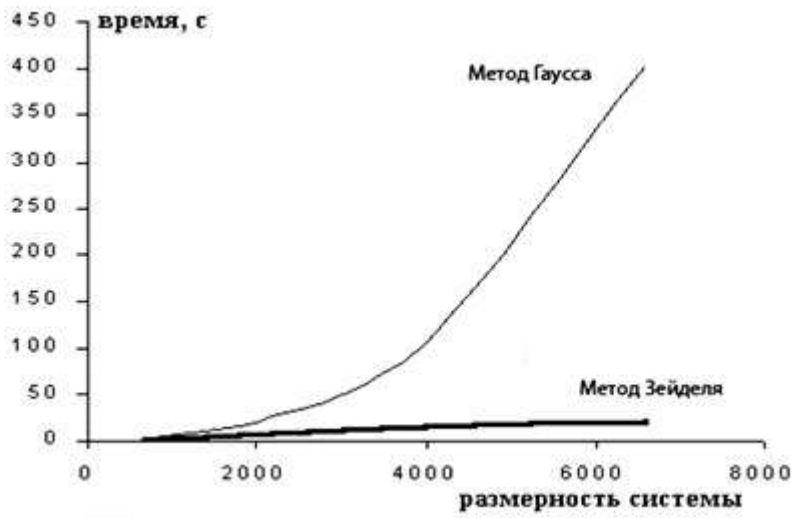


Рис.1. **Зависимость времени решения от размерности матрицы при использовании прямого и итерационного метода**

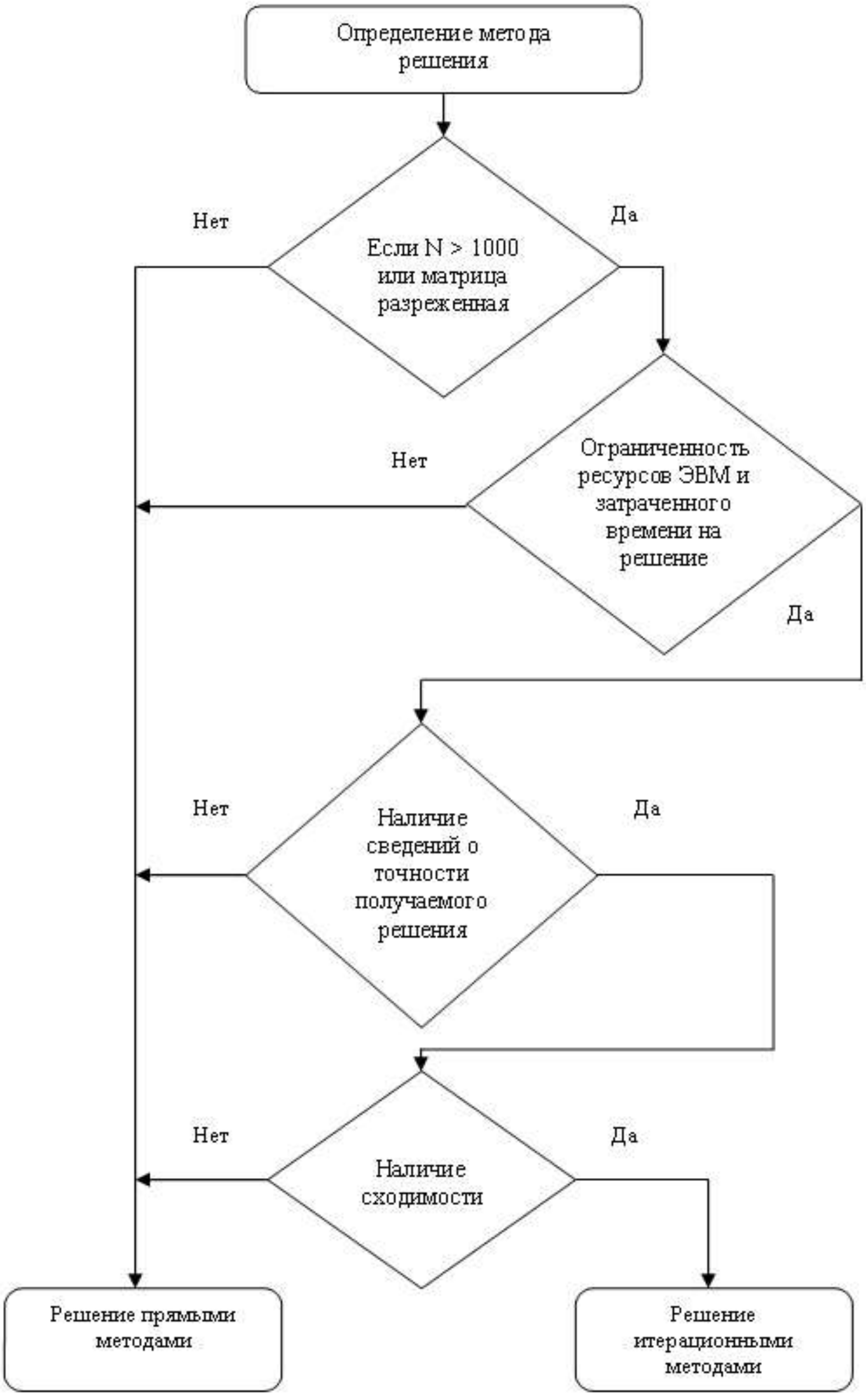
Также не следует забывать про ошибки округления , неизбежно возникающие при вычислениях на компьютере. В ошибки округления обычно накапливаются, и в результате, решение, полученное на компьютере, может значительно отличаться от точного решения задачи.И даже если система такова, что на каждой i-ой фазе$a_{ii} \neq 0$ -, но в итоге накапливающаяся погрешность Гаусса-Жордана может оказаться настолько огромной, что даже для матриц размера около 20 погрешность будет превосходить сам ответ.

Результаты и обсуждения

Итерационные и прямые методы имеют ряд плюсов и минусов. Так, использование метода Зейделя позволяет сохранить свойство разреженности матрицы, позволяет экономить память ЭВМ, и дают заранее известную погрешность. Однако, возможность решить СЛАУ этим методом существует не всегда-требуется выполнение условий сходимости, кроме того, сходимость этого метода может быть медленной. Применение же метода Гаусса-приводит к тому, что большое число нулевых элементов превращается в ненулевые, и матрица теряет свойство разреженности, требуется выполнение большого количества операций, погрешность этого метода заранее не известна. Но метод Жордана-Гаусса позволяет найти точное решение СЛАУ за конечное число операций, сходимость метода не зависит от начального приближения.

Заключение

Таким образом, алгоритм выбора метода решения можно представить следующим образом:



Подтверждение

Это исследование проводилось в ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет», при поддержке Трофимова Вадима Михайловича-старшего преподавателя кафедры информационных систем и технологий Псковского государственного университета.

Библиография

1. Саул Арно Теукольский, Уильям Генри Пресс, и Уильям Т. Веттерлинг. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, 1978,
2. А. А. Самарский, А. В. Гулин. Численные методы 1S89.
3. Анисимов Б.В. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах 1975
4. О. Зенкевич Метод конечных элементов в технике (рус.)