

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ РЕЧИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА МЕТОДИКИ МАТЕМАТИКИ

The Development of Mathematical Speech of Future Teachers in the Study Course Methodology of Mathematics

Larisa Sergeeva

Alina Ledovaya

Pskov State University, Russian Federation

Abstract. *The article is devoted to setting forth of the urgent problem of the cultural development of mathematical speech of future teachers. The article shows the study of mathematical concepts by students taking into account specialized language of the mathematics as one of the aspects of this problem. The proposed method of development of mathematical speech is based on the constructed hierarchy of mathematical concepts consideration the specifics of mathematical objects' nature and characteristics of the used mathematical language. The conducted research allowed to establish the influence of the created active studying for developing students' methodological speech, cognitive motives, interest in future professional activity.*

Keywords: *mathematical speech, peculiarities of mathematical language, hierarchy of mathematical concepts, specificity of mathematical objects, study of mathematical concepts.*

Введение

Introduction

В данной статье рассматривается один из аспектов проблемы развития культуры математической речи будущих учителей начальных классов. Актуальность данной проблемы объясняется задачей обучения студента - будущего учителя, способного методически умело использовать специфические особенности математического языка с целью развития математического мышления и математической речи младших школьников для достижения понимания математики обучающимися.

Решение стоящей задачи связано с такой организацией учебного процесса на занятиях по методике преподавания математики, при которой

при изучении содержания разумно отмечается и подчеркивается специфика языка предмета, обращается внимание на все элементы языка: символы, термины, обозначающие понятия, высказывания и суждения, обоснования. Реализация такого подхода приводит к расширению знаний студентов о структуре и особенностях математического языка, накоплению у них опыта решения профессиональных задач организации понимающего усвоения математики младшими школьниками.

В связи со сказанным, цель настоящей статьи заключается в осмыслении опыта развития математической речи студентов – будущих учителей начальных классов через включение в содержание методической подготовки вопросов, раскрывающих специфику математического языка и обеспечивающих организацию понимающего усвоения математики школьниками.

Теоретическая основа темы *The theoretical background*

Теоретической основой исследования являются следующие положения

- математика, являясь естественной наукой, изучает природу, используя с этой целью специфическое средство – математический язык, который представляет собой не только форму для сохранения содержания, для записи мысли, но и выступает в роли источника нового знания, средства преобразования полученного знания, инструмента познания. Соответственно, математический язык несет на себе влияние принципа дополнительности, имеет связанные со спецификой предмета математики особенности, влияющие на процесс усвоения обучающимися математических понятий и в целом математических знаний (Дорофеев, 1985; Икрамов 1981; Пентус 1999; Сергеева 2008);
- математический язык представляет собой систему знаков (алфавита языка) и соответствующих им слов; систему правил синтаксиса, служащих для образования слов и предложений языка; систему терминов, служащих для обозначения понятий, выполняющие функции хранения, переработки и передачи информации (Гильберт & Бернайс, 1982);
- математические понятия, изучаемые в начальной школе, с точки зрения языка, используемого для образования и фиксации в речи математических объектов и понятий, относятся к понятиям, „соприкасающимся с практикой”, являются абстракцией реальных

объектов, их отношений и свойств. Объекты такой математики представимы в виде простейших материальных конструкций, включающие знаки и закосочетания (Гильберт & Бернайс, 1982; Сергеева, 2008).

Усвоение математических понятий на любом этапе обучения должно опираться на анализ специфики используемого языка при раскрытии смысла терминов, как имен математических понятий, и знаков, как имен математических объектов, принадлежащих объемам соответствующих понятий (Сергеева, 2008). Важным в раскрытии влияния особенностей языка на осмысление понятий содержательной математики является возраст младших школьников. В этом возрасте формируются элементы языковой культуры, закладывается фундамент дальнейшего обучения математике. За каждым знаком, термином математики начальной школы стоит отрезок реальной действительности, моделью которого служит математический объект. Эти модели в дальнейшем, при изучении формальной математики, будут служить базой для интерпретации формальных знаковых конструкций. Непонимание школьниками источника математических объектов как моделей реальных процессов и явлений, некоторая видимая свобода создания математических объектов путем конструирования их имен, приводит к формализму в знаниях учащихся, зазубриванию учениками определений понятий. Кроме того, большинство терминов понятий первого уровня используются в повседневной жизни. Такие понятия как «количество», «множество», «непрерывность», «число», «область», «равенство» не только математические, но и онтологические, они необходимы для нормальной ориентации человека во внешнем мире, для систематизации данных опыта. Эта особенность первичных математических понятий создает у школьника иллюзию «понятности» термина, взятого вне его научного определения, но, зачастую, смысл, вкладываемый в него окружающими детей взрослыми, отличен от математического значения.

При организации деятельности по ознакомлению студентов – будущих учителей начальной школы с особенностями математического языка, способствующего развитию их математической речи, важно учитывать следующие особенности математического языка.

1. Особенности образования понятий содержательной математики.

В школьном обучении считается, что в основе образования математических понятий первого уровня лежат реальные (материальные) объекты. Однако, как показывают исследования в области методологии математики (Мадер, 1994), не существует материальных предметов, являющихся денотатами имен идеальных математических объектов и понятий. Идеальный предмет определяется через смысл своего имени и

существует только как носитель этого имени, не обладая предметной определенностью. В основе построения математического объекта лежит опыт, деятельность по созданию соответствующей модели реальных свойств и отношений материальных предметов.

2. *Особенности использования терминов как имен математических понятий.* Как отмечает Дорофеев Г. В. (1985), в реальном учебном процессе происходит смешение в языке терминов, относящихся к объектам содержательной математики, и к именам этих объектов в математическом языке

3. *Особенности имен математических объектов, принадлежащих объемам понятий содержательной математики.*

В содержательной математике знак (система знаков) используется как имя математического объекта. Одна из особенностей имен математических объектов заключена в возможности определения свойств объекта, например, натурального числа, путем анализа его имени. Кроме того, один и тот же математический объект, например, натуральное число, может иметь разные имена. Несмотря на точность математического языка, отсутствие омонимии, один и тот же математический знак может иметь различные нюансы в обозначении различных математических объектов (Сергеева, 2008).

4. Несмотря на то, что объекты содержательной математики представляют собой математические модели реальных процессов, явлений окружающего мира, *чувственному восприятию доступна не сама модель, а процесс ее построения.*

Как справедливо указывал Б. Л. Ван дер Варден (Van Der Waerden, 1954), в мышлении математические понятия не обязательно ассоциированы с образами слов. В мышлении геометра понятие может быть репрезентировано двигательным образом построения кривой; наглядным образом кривой; словом.

5. *Термины языка содержательной математики обозначают математические объекты, которые представляют собой модели свойств, процессов реального мира.* Поэтому для иллюстрации термина необходимо не привести объект реального или знакового мира, названный данным термином, а назвать объект (или несколько объектов), который обладает данным свойством. Специфика иллюстрирования терминов содержательной математики заключается в необходимости «увидеть» и абстрагировать те свойства реальных объектов, моделями которых служат названные термином математические объекты. В отличие от терминов естественных и гуманитарных наук, иллюстрация терминов языка формальной математики связана с конструированием имен объектов, принадлежащих объему соответствующего понятия (Сергеева, 2015).

6. Для вычленения смыслового значения имени объекта содержательной математики необходим смысловой анализ записи, что требует оперирования не знаками, а тем содержанием, которое они обозначают (Шеншев, 1977). Постигание смыслового значения знаков как имен объектов содержательной математики возможно в процессе перевода с математического языка на естественный язык, т.е. в процессе вербализации математических записей. При этом раскрывается не только значимость знака, но и его различное смысловое значение, зависящее от контекста.

Цель, стоящая на данном этапе исследования – разработать и экспериментально апробировать средства организации учебного взаимодействия студентов на занятиях по методике обучения математике, при работе с которыми студенты самостоятельно открывали бы для себя специфические особенности математического языка; определить влияние проводимой работы на понимание математических сообщений студентами, на развитие их математической речи.

Методы и организация исследования *Methodology and organization of the research*

Для выделения и анализа студентами – будущими учителями начальной школы специфики математического языка в целях развития их математической речи необходима такая организация учебного взаимодействия, при которой обучающиеся при изучении методических тем обращали внимание на специфику языка, создавали самостоятельно ситуации общения и взаимодействия вокруг слов и предложений математического языка – математических знаков, научных терминов, математических выражений, формул, равенств, неравенств. При этом обучающимся требуется формулировать сообщения не только на естественном языке, но и на математическом формальном языке, используя не только алгебраический язык знаков, но и интерпретируя факты с использованием геометрических, графических объектов.

В качестве *средства, организующего диалог* студентов для раскрытия специфических особенностей математического языка, на занятиях по дисциплинам «Теоретические основы и технологии начального математического образования», «Актуальные вопросы обучения младших школьников решению арифметических задач», «Моделирование при решении арифметических задач в начальной школе» служила система проблемных вопросов, организованная вокруг

- ✓ реальной ситуации, моделью которой служит рассматриваемый математический объект, имеющий в математическом языке данное имя;
- ✓ элементов математического языка, в частности, слов, предложений языка, математических текстов.

Базой исследования являлись студенты 3 и 4 курсов факультета образовательных и социальных технологий Псковского государственного университета, изучающие курс «Теоретические основы и технологии начального математического образования» (126 человек), студенты 3, 4 курсов, изучающие дисциплины «Актуальные вопросы обучения младших школьников решению арифметических задач» (24 человека), «Моделирование при решении арифметических задач в начальной школе» (37 человек).

Исследование проводилось с использованием таких **методов** как

- ✓ *эксперимент*, в ходе которого на практических занятиях по дисциплинам методического цикла студентам предлагалась система проблемных вопросов, направленная на раскрытие специфических особенностей языка содержательной математики, на развитие математической речи студентов;
- ✓ *наблюдение* за деятельностью студентов при решении ими проблемных вопросов, экспертная оценка их деятельности;
- ✓ *тестирование* для определения показателей уровня понимания студентами сообщений, сформулированных на математическом языке;
- ✓ *анкетирование* с целью определения влияния проводимой методики на изменение мотивации дальнейшего профессионального роста будущих учителей в области обучения математике младших школьников.

Проиллюстрируем реализацию выделенных выше теоретических положений примерами организации опытного исследования развития математической речи студентов на занятиях по курсам «Теоретические основы и технологии начального математического образования», «Актуальные вопросы обучения младших школьников решению арифметических задач», «Моделирование при решении арифметических задач в начальной школе».

– Для раскрытия особенности образования понятий содержательной математики при изучении в курсе «Теоретические основы и технологии начального математического образования» темы «Методика изучения арифметических действий» студенты, раскрывая особенности образования понятий первого уровня, моделировали различные

виды деятельности, связанные с объединением множеств при формировании понятия сложения (вычитания, умножения, деления) натуральных чисел, приводящие к выводу о том, что компоненты сложения могут быть результатом измерения однородных величин, результатом счета численности однородных множеств. Обсуждается вопрос о выполнимости действия сложения на конкретных представителях классов равномоощных множеств, об условиях его применения, моделируются ситуации, при которых $1+1=1$, в диалоге раскрываются различные образы числа: 1) число как фигура, как гармоническая форма; 2) число как отношение величин; 3) число как средство ориентирования в незнакомой местности, как обозначение точки на линии; 4) число как символ порядка и красоты Вселенной и др.

– Для организации студентами чувственного восприятия процесса построения математической модели при изучении темы «Методика изучения величин в начальной школе» студенты для осмысления значения термина «длина» создавали двигательный образ – «прошагивание» отрезка меркой, «движения» мерки вдоль отрезка с «постоянной скоростью», пересчитывание количества мерок.

– В связи с отсутствием денотата имен понятий содержательной математики важен анализ терминов, используемых для обозначения соответствующих понятий. Так, например, при работе с арифметическими задачами в курсе «Актуальные вопросы обучения младших школьников решению арифметических задач» организовывалась деятельность студентов по моделированию проблемных ситуаций, приводящих к осмыслению термина «равенство». Для обозначения отношения равенства в языке имеется следующий набор слов: равный, равенство, поровну, такой же, этот же, столько же, один и тот же, тот же самый, одинаковый, одно и то же, одновременный и т.п. При решении арифметических задач в начальной школе сравниваются разные объекты по одному свойству, отвлекаясь от их отличительных свойств: разные объекты могут иметь одинаковую скорость, одинаковую массу, одинаковую площадь.

– Для вычленения смыслового значения имени объекта содержательной математики необходим смысловой анализ записи, сделанной на математическом языке. При изучении в курсе «Теоретические основы и технологии начального математического образования» темы «Методика изучения алгебраического материала в начальной школе» для раскрытия особенности имен математических объектов мы предлагали студентам сравнить смысл знака «=» в различных математических записях (Сергеева, 2010, 50). Равенства вида „ $2+3=5$ », « $10:5=2$ », « $1/2=2/4$ » показывают разные способы именованья одного и того

же идеального объекта - рационального числа, части равенства взаимозаменяемы. Причем в первых двух случаях запись имеет „действительный”, „активный” смысл для ученика как математическую модель реальной ситуации действия с реальными объектами. Отвечая на вопрос «Во всех ли равенствах можно заменить сумму чисел 2 и 3 числом 5?», студенты делали вывод, что имена математических объектов должны принадлежать одному иерархическому уровню языка. Например, в предложении „ $2+3$ – нечетное число” мы можем использовать другое имя числа 5. В предложении „ $2+3$ – выражение, содержащее действие первой степени” мы не можем заменить сумму другим именем числа 5. Несмотря на то, что равенства « $x=a+v$ » и « $a+v=x$ » совершенно равноправны, студенты выделяли оттенки смысла: первое равенство обозначает либо запись ответа, либо подстановки (подставим $x = a+v$), во втором случае знак равенства обозначает операцию обозначения (обозначим $a+v = x$), т.е. «определение на час» (Шиханович, 1965). Знак « \Rightarrow » используется и при задании функции. В этих записях знак равенства не обозначает уже ни знак отношения равенства, ни знак взаимозаменяемости имен.

– Для раскрытия *особенности использования терминов как имен математических понятий* при изучении в курсе «Теоретические основы и технологии начального математического образования» темы «Методика изучения темы «Доли и дроби» для раскрытия *особенности имен математических объектов* студенты самостоятельно разрабатывали ситуации общения, приводящих их к раскрытию смысла терминов «*дробь*», «*дробное число*», «*обыкновенная дробь*», верному использованию терминов в случаях

- ✓ *математической записи*, выражения (объект формальной математики), при этом в речи используется термин „найди значение дроби”;
- ✓ *понятия числа* (объект содержательной математики), при этом используется термин „найди сумму дробей”, «сравни дроби»;
- ✓ *имени дробного числа* (объект математического языка) (Сергеева, 2010, 46-47).

Аналогичная работа проводится и при сопоставлении понятий «*цифра*» и «*число*», «*выражение*» и «*равенство*», использовании терминов в организации студентами деятельности учеников на уроке:

- Запишите числовое выражение, содержащее лишь действия сложения и умножения. Может ли данное выражение содержать знак дроби?
- Запишите выражение, содержащее знак дроби, которое является одночленом. Запишите выражение, содержащее знак дроби,

которое не является одночленом. Всякое ли выражение является одночленом? Всякий ли одночлен является выражением? Приведите примеры тождественно равных выражений, одно из которых является одночленом, а другое – нет.

– Важным аспектом развития культуры математической речи студентов - будущих учителей начальной школы является *вербализация математических записей*. Перевод сообщения с естественного языка на один из математических языков развивает у студентов способность использовать различные знаковые системы в педагогической деятельности, видеть единство знаковых систем естественных и искусственных языков, видеть преимущества различных языков для достижения цели познания.

Психологические особенности выражения мысли на математическом языке связаны с иной, чем в естественном языке, *понятийной системой для выражения одного и того же объективного содержания*. Например, при изучении в курсе «Теоретические основы и технологии начального математического образования» темы «Методика изучения алгебраического материала в начальной школе» студентам предлагается проанализировать равенство $a = 2n + 1$ и «перевести» его на естественный язык. Анализ приводит к «дословному переводу», который предполагает анализ структуры равенства с позиций синтаксических правил и определение значений: «а есть сумма единицы и произведения «двух» и натурального числа n». Содержательный анализ приводит нас к имени математического объекта «а есть нечетное число».

Еще пример. „Опишите реальную ситуацию, математической моделью которой будет выражение $2a + 3b$. Используйте величины

- ✓ скорость, время, расстояние;
- ✓ производительность, время работы, объем выполненной работы;
- ✓ цена, количество, стоимость;
- ✓ объем сосуда, количество сосудов, общий объем”.

– *Перевод содержания, сформулированного на естественном языке, на математический язык* осуществлялся студентами при изучении курса «Актуальные вопросы обучения младших школьников решению арифметических задач» при составлении и решении ими практико-ориентированных задач. Рассмотрим пример (Сергеева, 2014, 399).

В отчетном году В. И. Озелинг продолжал расчистку подземных ходов между Покровской и Свинойской башнями. Ему удалось проникнуть со стороны двора Покровской от Проема церкви в неизвестную до сих пор подземную галерею и расчистить ее в обе стороны: влево, к Баториевому проему, на расстоянии 25 аршин и вправо, к Покровской башне, на 41 аршин. Высота галереи оказалась 2 аршина 8 вершков, ширина 1 аршин 14 вершков, толщина плитяного свода 13 вершков. Обе ветки галереи

упираются своими концами в сплошную плиту. Никаких боковых рукавов или т.н. «слухов» не обнаружено.

Найдите длину подземной галереи. Сравни высоту галереи с высотой современного человека.

На практических занятиях, с целью оценить глубину понимания студентами специфических особенностей математического языка, уровня понимания математического сообщения, организовывался обмен мнениями, диалог, разработка методических материалов для младших школьников, занятия проводились в форме дискуссии, методического ринга, круглого стола, мозгового штурма.

Преподаватель таким образом организовывал диалог студентов вокруг проблемных вопросов, что каждый из них имел возможность задать вопросы как друг другу, так и преподавателю, высказать свою точку зрения по рассматриваемой проблеме, тем самым открывая для себя новые, неизвестные ранее особенности математического языка, применяя новые знания для организации работы с младшими школьниками.

Результаты исследования *Results of the research*

Использованные методы экспериментального исследования дают основание утверждать, что уровень понимания студентами математических сообщений повысился в условиях организации учебного взаимодействия студентов, при котором обучающиеся обращали внимание на специфику языка при изучении методических тем.

Для определения уровня понимания математических сообщений студентами использовались уровни, выделенные Сергеевой Л. А. (2008). На начальном этапе изучения курса «Теоретические основы и технологии начального математического образования» студенты находились на начальном уровне понимания математического сообщения, *уровне «узнавания»*. Анализ результатов тестирования, проведенного на констатирующем этапе работы, показал, что для понимания студентами сообщения на данном уровне характерно:

- узнавание студентами математического знака, связанное с поиском в памяти соответствующего вербального эквивалента знака;
- вербализация сообщения по схеме «знак - знак»;
- выделение существенных свойств понятия, обозначенного знаком;
- отсутствие наглядного образа математического объекта.

Результаты тестирования студентов после проведенного экспериментального исследования показали, что в ходе проведенного эксперимента уровень понимания студентами математического сообщения повысился, что проявилось в

- осуществлении студентами перевода сообщения с математического языка на родной язык по схеме «знак - содержание - знак», раскрывающий смысл сообщения;
- иллюстрации студентами объектов содержательной математики реальными объектами, явлениями, процессами, их свойствами;
- интерпретации объектов формальной математики объектами реального и идеального мира;
- ответах студентов на вопросы, для которых было необходимо выделить смысловое значение знаков и знаковых систем.

Эти показатели характеризуют уровень понимания математических сообщений – уровень *реконструкции смысла знака или системы знаков*.

Необходимо заметить, что у студентов появился «вкус» к тонкостям математического языка, интерес к рассмотрению математических сообщений, нахождению в них проблемных ситуаций, точность и строгость в записи математических утверждений.

Проводимая со студентами работа способствовала не только повышению уровня понимания студентами математических сообщений, что характеризует содержательно-операциональный компонент культуры математической речи студентов. Как показал анализ анкет, важным результатом исследования стало повышение уровня мотивации дальнейшего профессионального роста студентов.

Обобщение **Conclusions**

Организация и проведение практических занятий по методике обучения математике, способствующих развитию математической речи студентов – будущих учителей, предполагает включение в содержание методической подготовки вопросов, раскрывающих специфику математического языка и обеспечивающих организацию понимающего усвоения математики. Предлагаемая методика основана на выделенных особенностях школьного математического языка и предполагает в процессе специально организованного диалога на занятиях по методике обучения математике

- ✓ раскрытие студентами особенности образования математических объектов, представляющих собой идеальные модели реальных

- объектов, их свойств, отношений, не имеющие материального, знакового воплощения и представляющие собой словесные описания свойств, отношений соответствующих отрезков действительности;
- ✓ выявление информации о способах построения соответствующей модели путем анализа имени моделей (знаки, системы знаков, построенных по определенным правилам, и термины). Одной и той же модели может соответствовать множество различных имен, отражающих различные аспекты обозначаемого явления;
 - ✓ проведение смыслового анализ записи для вычленения значения имени объекта содержательной математики, что требует оперирования не знаками, а тем содержанием, которое они обозначают;
 - ✓ раскрытие зависимости смыслового значения знака содержательной математики в зависимости от контекста, в котором он используется;
 - ✓ постижение смыслового значения знаков как имен объектов содержательной математики в процессе перевода с математического языка на естественный язык, т.е. в процессе вербализации математических записей, и обратного перевода с естественного языка на математический.

Диалог вокруг системы проблемных вопросов организуется на практических занятиях, проводимых в форме дискуссии, методического ринга, круглого стола, мозгового штурма, анализа конкретных педагогических ситуаций, написания эссе.

Проведенное исследование позволило сделать следующие выводы.

1. Проводимая со студентами работа способствовала развитию содержательно - деятельностного компонента культуры математической речи студентов, что влияло на качество методической речи будущих учителей. Это, в свою очередь, повышало качество организации студентами понимающего усвоения математики младшими школьниками.
2. Важным результатом проводимого исследования явилось повышение мотивации дальнейшего профессионального роста будущих учителей в области обучения математике младших школьников.

Summary

Organizing and conducting practical classes on methods of teaching mathematics contribute to a culture of students' mathematical speech – future teachers. These lessons

intend to include the content of the methodological training of the questions related to the specifics of mathematical language and provide the understanding of school mathematics,

- ✓ the disclosure of a students educational features of mathematical objects that represent the ideal models of real objects, their properties, relationships, not having material, symbolic of the incarnation and which is a verbal description of properties of relations corresponding segments of reality;
- ✓ revealing information about how to make an appropriate model by analyzing the name of models (signs, systems of signs, constructed according to certain rules, and terms). The same model can match many different names reflecting different aspects of the denoted phenomenon;
- ✓ conducting semantic analysis of records to identify the name of the object meaningful mathematics that requires operating not signs, and the content that they represent;
- ✓ disclosure according to the meanings of sign meaningful mathematics which are depending on the context in which it is used;
- ✓ comprehension the meanings of characters as object names meaningful mathematics in the process of translation from mathematical language into natural language, i.e. in the process of verbalization of mathematical entries, and a reverse translation from natural language into mathematics.

Dialogue around a system of problem questions is organized on practical classes, held in the form of discussion, methodical ring, round table, brainstorming, and analysis of specific pedagogical situations, writing essay.

Our research allowed us to draw the following conclusions.

1. Conducted with the students work contributed to the development of meaningful activity component of the culture of mathematical speech of students, which influenced the methodological quality of the speech of future teachers. This increases the quality of the students understanding of learning mathematics in primary school.
2. An important result of the study was the increase of motivation for further professional growth of future teachers in teaching younger students Maths.

Библиография ***Bibliography***

- Van Der Waerden, B. L. (1954). *Denken ohne Sprache. Acta Psychologica. Vol. X, NI-2.* Amsterdam.
- Гильберт, Д., & Бернайс, П. (1982). *Основания математики: Логические исчисления и формализация арифметики.* М.: Наука.
- Дорофеев, Г. В. (1985). Язык преподавания математики и математический язык. *Современные проблемы методики преподавания математики.* М.: Просвещение, С. 38-47.
- Икрамов, Дж. (1981). *Формирование математической речи.* Ташкент: Укитувчи.

- Мадер, В. В. (1994). *Введение в методологию математики (Гносеологические, методологические и мировоззренческие аспекты математики. Математика и теория познания)*. М.: Интерпракс.
- Пентус, М. Р. (1999). *Язык математики*. М.: Диалог, МГУ.
- Сергеева, Л. А. (2008). *Математический язык и понимание математики школьниками*. Псков: ПГПУ.
- Сергеева, Л. А. (2010). *Методические основы понимания школьниками математических текстов*. Псков: ПГПУ.
- Сергеева, Л. А. (2014). Практико-ориентированные задания как средство реализации прагматического аспекта математического языка. *Вестник Псковского государственного университета. Серия: Социально-гуманитарные науки*. № 5. Псков, ПсковГУ, С. 393-400.
- Сергеева, Л. А. (2015). Специфика наглядных образов математических понятий. *Гносеологические основы образования: Международный сборник научных трудов, посвященных профессору С. П. Баранову*. Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, С. 284–287.
- Шеншев, Л. В. (1977). Опыт семиотического подхода к проблеме взаимосвязей между учебными предметами. *Логика и проблемы обучения*. М.: Педагогика, С. 185-214.
- Шиханович, Ю. А. (1965). *Введение в современную математику*. М.: Наука.