

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

Mathematical Tasks as a Means of Forming Professional Competencies of Future Teachers

Tatiana Gavaza

Pskov State University, Russian Federation

Svetlana Lebedeva

Pskov State University, Russian Federation

Natalia Perkova

Pskov State University, Russian Federation

Victoriia Fakhretdinova

Pskov State University, Russian Federation

Abstract. *An important result of the preparation of the future teacher of mathematics is the formed professional competences. The process of formation should be carried out systematically, starting from the first year. While studying at the university, the foundations of modern mathematical knowledge should be laid, the need for professional self-development and self-education should be formed. The purpose of the study: the development of tools that contribute to the formation and development of professional competencies of students, future teachers of mathematics, in the study of mathematical disciplines. The study analyzed the professional competencies of a mathematics teacher, the components of mathematical culture and established their relationship. The competencies that can be formed during the first year of study are defined. Identified the need to convert standard mathematical problems. Based on the research, a technology for creating special complex problems based on standard mathematical problems has been developed. Tasks consist of two parts: subject (mathematical) and professionally-oriented. Tasks can be used to form subject and professional competencies, diagnose their formation. The article presents the requirements for them, types and examples of tasks. The result of the assignments from the point of view of the formation of subject and professional competences is described.*

Keywords: *complex mathematical task, mathematical culture, professional competences.*

Введение

Introduction

В последние десятилетия XX века в мировом сообществе происходила глобальная модернизация сферы образования. Причинами данного

процесса явились гуманизация общественного сознания, интенсивная индустриализация, интеграционные процессы в различных областях человеческой деятельности. Результаты данных процессов потребовали реорганизации и совершенствования системы подготовки педагогических кадров.

Новые образовательные стандарты высшего российского образования определяют целевую ориентацию учебного процесса на формирование системы определенных компетенций, отражающих готовность выпускников вуза быть мобильными и конкурентоспособными на рынке труда, стремиться к профессиональному росту.

Процесс подготовки учителя носит системообразующий характер. В связи с этим, изменение цели обучения в вузе, согласно принципам системного подхода, влечет за собой изменение содержания обучения, используемых методов и средств обучения. Поэтому любая учебная дисциплина, начиная с первого курса, должна изучаться в контексте будущей профессиональной деятельности студента, а ее содержание и методы обучения должны коррелировать с профилем получаемой профессии.

Одним из практических методов обучения математике будущих педагогов является решение математических задач. Однако решение стандартных математических задач вузовского курса, как правило, направлено на отработку и закрепление изученного материала, на формирование определенных знаний, умений, навыков, то есть на формирование предметной компетенции учителя математики. В тоже время, изучаемый в вузе математический материал может работать на формирование профессиональных компетенций будущего учителя, как в предметной области, так и области математической культуры, если он является составной частью специально разработанных комплексных математических заданий.

Целью данной статьи является представление специально разработанных комплексных заданий по математике, которые могут быть использованы как средство формирования профессиональных компетенций студентов первого курса в рамках предметной подготовки будущего учителя математики.

В ходе исследования был использован системный подход, проведен анализ научно-методической литературы по проблеме исследования, осуществлена опытно-экспериментальная деятельность, проведено конструирование и описание заданий.

Материалы и методы *Materials and methods*

Анализируя зарубежный опыт подготовки педагогических кадров, Н.А. Шайденко отмечает, что «в процессе гармонизации мирового образовательного пространства подготовка высококвалифицированных педагогических кадров – зона особого внимания для большинства государств» (Шайденко, 2014). В настоящее время в центре внимания мирового научного педагогического сообщества вопросы, связанные:

- с потребностью в обновлении образовательных систем в связи с возрастающей универсализацией образования, продиктованной динамикой общественного развития;
- с формированием высококвалифицированного педагогического корпуса для обеспечения качества образования, соответствующего международным стандартам.

Внедрение в систему российского общего среднего образования компетентностного подхода привносит изменения в требования, предъявляемые к современному учителю. Прежде всего, это связано с новым представлением о профессиональной компетентности учителя.

Теоретические основы реализации компетентностного подхода в процессе осуществления общего и профессионального образования разрабатывались в исследованиях Дж. Равена, А.К. Марковой, И.А. Зимней и др. (Равен, 2002; Маркова, 1996; Зимняя, 2006).

В структуре профессиональной компетентности педагога исследователи Н.В. Кузьмина, Т.В. Рихтер, А.В. Хуторской (Кузьмина, 1990; Рихтер, 2017; Хуторской, 2013) как правило, выделяют три аспекта:

- **когнитивный** (знание предмета, знание смежных наук);
- **операционно - технологический** (культура мыслительной деятельности, то есть умение абстрактно мыслить, проводить аналогии между различными фактами, извлекать информацию и отбирать её для решения конкретной задачи, адаптировать научное знание для достижения учебных целей, умение строить и проводить убедительные рассуждения, четко выделяя промежуточные этапы и др.);
- **аксиологический** (опыт эмоционально-личностного отношения к природе, обществу, человеку, глубокое понимание и умение использовать на практике основные ценности, понятия, нормы, достоинства, решения; готовность и желание познавать, учиться).

Учитывая особую роль математики в образовании выпускника средней школы, в профессиональном стандарте педагога выделяется два

основных уровня освоения математики учащимися: первый уровень – это математическая грамотность, второй уровень – овладение математической культурой. Для достижения первого уровня освоения математики учащимися учителю достаточно компетенций, зафиксированных в общих требованиях к педагогу (знание предмета, учебных программ и т.п.). Достижение второго уровня требует осознания педагогом роли математической культуры, как неотъемлемой части общей культуры современного человека.

Рассматривая «математическую культуру будущего учителя математики в виде интегративного качества, отражающего уровень сформированности системы математических знаний, ценностей, навыков, умений, специальных методов, процедур и алгоритмов, которые формируют профессиональное мировоззрение будущих педагогов для решения средствами математики профессиональных задач» (Ежова, 2011) можно сделать вывод, что она является составной частью операционно – технологического аспекта профессиональной компетентности педагога.

Многолетний опыт работы со студентами первого курса, будущими учителями математики, физико-математического факультета Псковского государственного университета позволяет говорить о недостаточном уровне развития математической культуры выпускника средней школы. Первокурсники не всегда умеют грамотно проводить логико-математический анализ определений математических понятий, формулировок теорем, структурировать системы математических понятий, предложений, анализировать доказательство, условие и решение задачи, обобщать задачи, обосновывать соответствующим теоретическим материалом выбор решения задачи, решать задачу разными методами, устанавливать причинно-следственные связи между понятиями.

В ходе анализа нормативных документов в области образования (Профессиональный стандарт педагога, 2015), научно-методической литературы, авторами были выделены профессиональные компетенции, которые можно формировать при изучении фундаментальных математических дисциплин на 1 курсе и которые способствуют повышению уровня математической культуры студента. К ним относится способность:

- 1) строить обоснованные логические рассуждения в математических и иных контекстах;
- 2) осуществлять выбор различных методов решения задачи;
- 3) использовать наглядное представление математических объектов и процессов;
- 4) видеть межпредметные связи при решении задач;

- 5) применять методы и приемы понимания математического текста, его анализа, структуризации, трансформации;
- 6) составлять аналогичные, обратные и обобщенные математические задачи.

В качестве одного из средств формирования профессиональных компетенций авторами предлагаются специально разработанные комплексные задания, в основе которых лежат стандартные математические задачи.

Анализ результатов опытно-экспериментальной деятельности позволил определить структуру заданий, их виды, требования, предъявляемые к комплексным заданиям и процесс конструирования.

Структура комплексных заданий:

- математическая часть (когнитивный компонент профессиональной компетентности), отвечающая за предметную подготовку будущего учителя математики;
- профессионально-ориентированная часть (операционно-технологический и аксиологический компоненты), способствующая формированию указанных выше компетенций.

Требования к комплексным заданиям:

1. Задания должны быть составлены так, чтобы при их выполнении студент:
 - мог поставить или осознать цель своей деятельности;
 - задумывался над тем, какую деятельность он выполняет;
 - мог контролировать не только результат деятельности, но и ее ход;
 - понимал, где и как используются результаты выполняемых заданий.
2. Формулировки заданий должны быть понятны студенту, побуждать к разным видам деятельности (практической, исследовательской, конструктивной) (Перькова, 2013).

Возможные виды комплексных заданий:

- разноуровневые;
- с предписанием выполняемых действий и последующей формулировкой вывода;
- со структурой динамического теста-лестницы, где задание более высокого уровня зависит от задания теста более низкого уровня;
- с нестандартными формулировками;
- с недостаточными, избыточными (противоречивыми и непротиворечивыми) данными.

Процесс конструирования комплексных заданий:

1. Выбрать стандартную математическую задачу.
2. Провести анализ задачи на возможность:
 - строить обоснованные логические рассуждения;
 - осуществлять выбор различных методов решения задачи;
 - использовать наглядное представление математических объектов и процессов;
 - учитывать межпредметные связи;
 - применять методы анализа математического текста;
 - составлять аналогичные, обратные и обобщенные математические задачи.
3. Разработать профессионально-ориентированную часть комплексного задания.

Рассмотрим примеры комплексных заданий, которые были использованы в ходе изучения основных математических дисциплин (вводный курс математики, аналитическая геометрия, линейная алгебра, основы математического анализа) студентами первого курса физико-математического факультета направления подготовки «Педагогическое образование» Псковского государственного университета.

1. Дисциплина «Вводный курс математики», тема «Элементы теории множеств».

а) Стандартная математическая задача.

A – множество всех параллелограммов, B – множество всех квадратов, C – множество всех ромбов, D – множество всех прямоугольников. Изобразить графически расположение данных множеств на плоскости в виде кругов Эйлера.

б) Комплексное математическое задание (разноуровневое).

Дано: A – множество всех параллелограммов, B – множество всех квадратов, C – множество всех ромбов, D – множество всех прямоугольников.

Выполните задания:

1. Сформулируйте определения четырехугольников, указанных в задаче и их характеристические свойства.
2. Сформулируйте определения подмножества, пересечения и объединения множеств.
3. Выделите множества, которые являются подмножествами других множеств; выделите множество, которое является подмножеством всех остальных множеств.
4. Выделите множества, которые могут пересекаться и фигуры, принадлежащие пересечению множеств.

5. Изобразите графически расположение данных множеств на плоскости в виде кругов Эйлера.
6. Составьте аналогичное задание с использованием математических или нематематических объектов.

Предметная составляющая. Выполнение заданий №1-4 способствует глубокому системному осмыслению свойств четырехугольников, понятий множество, подмножество и основных операций над множествами (пересечение, объединение).

Профессионально-ориентированная составляющая. В ходе выполнения задания №5 студент учится переводить математические выражения в область геометрических объектов и наоборот. Выполнение заданий №3-5 учит устанавливать межпредметные связи (между геометрическими фактами и понятиями теории множеств). Задания №1-5 способствуют формированию умения проводить логические рассуждения, задание №6 – составлять аналогичное задание.

2. Дисциплина «Аналитическая геометрия», тема «Элементы векторной алгебры».

а) Стандартная математическая задача.

Определить линейную зависимость векторов \vec{a} и $\vec{b} = 2\vec{a}$.

б) Комплексное математическое задание (с нестандартной формулировкой).

Дано: Студент привел такие рассуждения: «Рассмотрим векторы \vec{a} и $\vec{b} = 2\vec{a}$. Так как для этих векторов имеет место тривиальная линейная комбинация $0 \cdot \vec{a} + 0 \cdot 2\vec{a} = \vec{0}$, то система линейно независима». Найдите ошибку в его рассуждении.

Выполните задания:

1. Сформулируйте определения линейно зависимой и линейно независимой системы векторов.
2. Рассмотрите нетривиальную комбинацию $2 \cdot \vec{a} + (-1) \cdot 2\vec{a} = \vec{0}$. Какой вывод относительно линейной зависимости данных векторов можно сделать?
3. Докажите, что система линейно зависима, используя разные методы (свойства линейной зависимости, геометрический смысл линейной зависимости).
4. Приведите пример ошибочного доказательства линейной зависимости системы трех векторов.

Предметная составляющая. Выполнение заданий №1,3 способствует формированию умения применять определения понятий линейной зависимости и независимости векторов, свойств и геометрического смысла линейной зависимости для доказательства утверждений.

Профессионально-ориентированная составляющая. При выполнении задания №2 студент учится анализировать доказательство с точки зрения строгости, логичности. Задание №3 способствует формированию умения приводить различные методы решения задачи. Задание №4 учит составлять аналогичные математические задачи.

3. Дисциплина «Линейная алгебра», тема «Система линейных уравнений».

а) Стандартная математическая задача.

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

б) Комплексное математическое задание (с предписанием выполняемых действий и последующей формулировкой вывода).

Дана система линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases} \quad (1)$$

Выполните задания:

1. Запишите систему линейных уравнений в матричном виде.
2. Определите, является ли система совместной. Если система совместная, то определите количество решений системы.
3. Решите систему известными методами.
4. Охарактеризуйте систему линейных уравнений.
5. Составьте текстовую задачу, решение которой сводится к данной системе линейных уравнений.

Предметная составляющая. Выполнение задания №3 способствует формированию умения решать неоднородную систему линейных уравнений разными методами.

Профессионально-ориентированная составляющая. В ходе выполнения задания №1 студент учится строить математическую модель. Задания №2,4 способствуют формированию навыка проводить анализ условия задачи, вопросов к задаче, строить логические рассуждения, обосновывать выбор метода решения, доводить решение до логического завершения, делать выводы. Задание №5 направлено на формирование умения устанавливать межпредметные связи.

4. Дисциплина «Основы математического анализа», тема «Определенный интеграл».

а) Стандартная математическая задача.

Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^4 (2 - 4x + 3x^2) dx, \quad (2)$$

- б) Комплексное математическое задание (разноуровневое, с нестандартной формулировкой).

Дано неравенство:

$$\int_0^a (2 - 4x + 3x^2) dx \leq a \quad (a > 0), \quad (3)$$

Ответьте на вопросы:

1. Верно ли неравенство при $a = 2$?
2. Почему в задании дано условие $a > 2$?
3. Пусть $f(x) = 2 - 4x + 3x^2$; $F(x)$ - одна из первообразных функции $f(x)$, можно ли переписать условие задачи в виде $F(a) \leq a$. Почему?

Выполните задания:

4. Сделайте геометрическую интерпретацию условия задачи.
5. Решите неравенство.
6. Предложите решение, используя геометрический смысл определенного интеграла.
7. Предложите свое неравенство, аналогичное данному, решением которого будет $a = 4$.
8. Измените функцию $f(x)$ так, чтобы решением этого неравенства был промежуток $[5; +\infty)$.
9. Рассмотрев все случаи расположения параболы, предложите решение неравенства в общем виде, если

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad (4)$$

где $f(x)$ - квадратичная функция.

Предметная составляющая. Выполнение задания способствует формированию умения применять формулу Ньютона-Лейбница при вычислении определенного интеграла, использовать его приложения при решении практических задач.

Профессионально-ориентированная составляющая. Отвечая на вопросы №1-3, студент учится переводить условие задачи на разные языки интерпретации, решать не только аналитическим, но и геометрическим методом, при этом сравнивать методы решения, выдвигать гипотезы, обобщать полученные факты. Задания №4-9, позволяют осуществлять разные виды деятельности (практическую, исследовательскую и конструктивную). Задания №4-6 помогают выбирать требуемые действия, №7-9 предполагают самостоятельное конструирование задач.

Выводы *Conclusions*

На основе проведенного исследования, опыта использования комплексных математических заданий при изучении математических дисциплин студентами 1 курса, будущими учителями математики, можно сделать следующие выводы:

1. Выполнение комплексных математических заданий способствует повышению уровня математической культуры студентов. Работая над заданиями, студенты учатся устанавливать взаимосвязи между теорией и практикой, отбирать необходимую информацию, выдвигать гипотезы, искать разные методы решения и сравнивать их, обобщать полученные факты, проводить обоснованные доказательства, конструировать новые задачи.
2. В ходе выполнения комплексных заданий формируются навыки познавательной, интеллектуально – творческой, исследовательской деятельности.
3. Нестандартная формулировка заданий способствует повышению мотивации и потребности у будущих учителей в профессиональном саморазвитии, самообразовании.

Таким образом, комплексные задания, составленные на основе стандартных математических задач, включающие в себя предметную и профессионально-ориентированную части, могут являться средством формирования профессиональных компетенций. Технология их разработки может быть использована преподавателями смежных дисциплин.

Summary

The result of training future teachers of mathematics should be a system of professional competencies. The article presents professional competencies that can be formed in first-year students in the study of mathematical disciplines.

A means of forming competencies are complex mathematical tasks. The article presents the structure of tasks, requirements for tasks, describes the stages of design, highlighted the types of tasks.

Complex task consists of two parts. The first part is mathematical, is responsible for the substantive preparation of the future teacher of mathematics. The second part - professionally oriented, contributes to the formation of professional competencies.

The article provides examples of complex mathematical tasks for first-year students in elementary mathematics, algebra, geometry, and mathematical analysis.

The use of complex tasks in the study of mathematical disciplines in the first year can contribute to the development of the student's personality and increase the level of his mathematical culture and readiness to carry out educational activities.

Литература
References

- Ежова, В.С. (2011). Математическая культура студентов педагогических вузов – будущих учителей математики. *Школа будущего*, 6, 29-32.
- Зимняя, И.А. (2006). Компетентностный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблемам образования (теоретико-методологический аспект). *Высшее образование сегодня*, 8, 20-26.
- Кузьмина, Н.В. (1990). *Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения*. Москва: Высшая школа.
- Маркова, А.К. (1996). *Психология профессионализма*. Москва: Международный гуманитарный фонд «Знание».
- Перькова, Н.В. (2013). Условия формирования навыков самостоятельной деятельности при изучении математического анализа. *Управлінські компетенції викладача вищої школи: Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції НПУ*, 94-95.
- Профессиональный стандарт педагога. (2015). Retrieved from <http://www.docme.ru/doc/124798/12.02.15>
- Равен, Д. (2002). *Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация*. Москва: Когито-Центр.
- Рихтер, Т.В. (2017). Структура профессиональной компетентности учителя математики. *Фізико-математична освіта: науковий журнал*, 1(11), 89-92.
- Хуторской, А.В. (2013). *Компетентностный подход в обучении*. Москва: Издательство «Эйдос»; Издательство Института образования человека.
- Шайденко, Н.А. (2014). Анализ зарубежного опыта подготовки педагогических кадров. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки*, 4(32), 204–210.