

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОЕКТНОЙ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ЗНАКОМСТВА ШКОЛЬНИКОВ С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ

The Use of Project Technology to Introduce Schoolchildren to Elements of the General Topology

Irina Medvedeva

Pskov State University, Russian Federation

Olga Ryabova

Pskov State University, Russian Federation

Abstract. *Preparing a student with project skills is one of the urgent tasks facing education. At present, the general education school of Russia is moving to new educational standards, which provide for the mandatory formation of students' skills in using project activities. The article contains an analysis of the experience of involving students of different age groups in project activities during their acquaintance with the basic topological concepts within the framework of the author's elective discipline "Get to know topology".*

At the preparatory stage of teaching, the content of the modern section of mathematics was reasonably selected, different types of practical tasks were modeled, the topic of projects, possible options for the product of project activities, assessment criteria were selected, questionnaires were developed.

The article describes the results of experimental teaching, which was carried out for three years in educational institutions of different levels. The article is illustrated with examples of methods of organizing project activities in the course "Get to know topology" and approaches to evaluating project products; the analysis of questionnaires of different groups of students was carried out. The results of the study confirm that project-based learning increases the involvement and interest of schoolchildren in mathematics, allows them to understand a new problem, contributes to the development of communication and cooperation skills of students, creates conditions for the development of students' creativity.

Keywords: *4C-competence, continuity, elements of general topology, homeomorphism, mathematical modeling, project learning technology, school.*

Введение

Introduction

Образовательные системы различных стран постоянно ищут способы обучения школьников, эффективные для практического применения теоретических знаний. Чтобы такие знания были актуальны, обучающимся необходимо уметь их применять практически для решения задач

реальности настоящего и будущего. Одним из эффективных способов получения «полезных», применимых знаний является использование проектной деятельности. Важно понимать, что проектная деятельность обучающихся должна быть нацелена, в первую очередь, на создание реально применимого конечного продукта.

Новые российские образовательные стандарты, на которые переходит российское общее образование, предполагают формирование у выпускника общеобразовательной школы способности осуществлять учебно-исследовательскую, проектную деятельность. Таким образом, необходимо активнее использовать проектные технологии в ходе преподавания как базовых предметов, так и элективных курсов. Проектное обучение ориентировано на школьников, при этом они активно участвуют в учебном процессе. Необходимо отметить высокую образовательную эффективность использования проектной технологии, позволяющей построить занятия, нацеленные на самостоятельное или групповое добывание знаний и применение этих знаний на практике. Вопросы организации проектно-ориентированного обучения рассматривали в своих работах многие исследователи (Blumenfeld et al., 1991; Helle, Tynjälä & Olkinuora, 2006; Bell, 2010; Dul'zon, 2010; Kokotsaki, Menzies, & Wiggins, 2016; Lang, 2018).

Целью проведенного исследования являлось изучение возможности знакомства школьников с основными понятиями и идеями общей топологии в ходе применения технологии проектного обучения. Топологические представления человека являются первичными и закладывают основу восприятия окружающих объектов (например, геометрических фигур), а метрические и проективные представления возникают и развиваются на уже сформированной базе из топологических представлений (Alexandrov, 2016). Изучение топологии способствует развитию пространственного мышления, топология прочно связана с наглядными пространственными представлениями, эффективно влияет на развитие творческих способностей школьников, показывает содержательную связь с историей развития науки. Элементы общей топологии в явном виде не изучаются в курсе школьной математики, но учащиеся, начиная с 5 класса, знакомятся с такими основными топологическими понятиями как внутренняя, внешняя, граничная точки, внутренность, внешность, граница, фигура, множество.

Материалы и методы *Materials and Methods*

Для того, чтобы познакомить учащихся с современным развивающимся разделом математики и продемонстрировать его возможное практическое применение в различных сферах жизни человека, авторами

был разработан элективный курс «Познакомьтесь с топологией», предназначенный для учащихся основной школы. Курс включает в себя следующие темы: графы и их свойства; уникальные фигуры; топология и лабиринты; топология на шахматной доске; топологические фокусы; неориентируемый мир; математическое моделирование некоторых топологических объектов. В рамках курса рассматриваются простейшие топологические задачи и теоремы. Для его преподавания использовалась технология проектного обучения, где результатом деятельности выступал конечный продукт. Данная технология способствует формированию навыков проектной деятельности школьников и развитию 4К-компетенций: коммуникации, кооперации, креативности и критического мышления (Medvedeva, Martynyuk, Pan'kova, & Solovyova, 2018; Medvedeva et al., 2020).

Опытно-экспериментальное преподавание элективного курса «Познакомьтесь с топологией» проводилось в течение трех лет, в эксперименте участвовали различные возрастные группы учеников:

- 5–7 классы (32 человека, г.Псков, гуманитарный лицей);
- 9 класс (15 человек, г.Псков, гуманитарный лицей);
- 5–6 классы (6 человек, г.Сочи, Образовательный Центр Сириус).

К каждой возрастной группе учащихся применялся индивидуальный подход. Учащиеся 5–7 классов, в отличие от учащихся старших классов, менее самостоятельны. Для более эффективной и результативной работы учителю нужно предварительно отбирать и рекомендовать подходящие источники информации, так как в 5-7 классах ещё слабо развиты навыки отбора и анализа информации, из-за чего ученики могут «потеряться» в обилии найденного материала.

На первом этапе в эксперименте были задействованы обучающиеся пятых-седьмых классов, для которых было проведено интегративное обзорное занятие «Топологическая мозаика», включавшее все темы курса. Цель такого занятия – привлечь внимание школьников к топологии, а также продемонстрировать занимательную сторону математики.

На занятии учащиеся были вовлечены в проектную деятельность, направленную на создание конечного продукта: карты основных топологических понятий и моделей двумерных топологических многообразий. В конце занятия было проведено анкетирование школьников, результаты которого показали, что использование проектной деятельности является увлекательным, а выбранные темы топологии интересны школьникам.

На втором этапе опытно-экспериментального преподавания курса осуществлялось включение в проектную деятельность обучающихся девятого класса. Были предложены следующие темы проектов: «Задача о

псковских мостах»; «Уникурсальные фигуры в повседневной жизни»; «Топология на шахматной доске»; «Как выбраться из лабиринта?»; «Топологические фокусы»; «Магические свойства ленты Мёбиуса»; «Удивительный топологический объект – тор». Учащиеся разделились на три группы, выбрали темы проектов, ознакомились с критериями оценки работ, обсуждали и редактировали их.

В проекте «Задача о псковских мостах» школьникам предлагалось провести аналогию с задачей о 7 кёнигсбергских мостах, используя графы и их свойства. В рамках проекта «Топологические фокусы» группе учащихся предстояло выступить в роли фокусников: показать различные топологические фокусы, используя инвентарь; найти связь фокусов с топологией. Проекты, связанные с лентой Мёбиуса и тором, подразумевали процесс их математического моделирования для исследования основных топологических свойств и явлений, изучаемых в рамках курса.

Обучающиеся обсудили регламент представления результатов проектных работ, требования к оформлению, возможные продукты проектной деятельности: буклет по выбранной теме, модели неориентируемых многообразий. Продукт проектной деятельности учащиеся выбирали самостоятельно: они разработали красочные буклеты, содержащие теоретическую и практическую части.

Каждое следующее занятие курса строилось по схеме: изучение и закрепление нового материала, проектная работа (групповая или индивидуальная). На итоговом этапе ученики представляли результаты выполнения проекта. Каждая из трех групп разработала буклет по выбранной теме проекта и сформулировала задания для других групп учащихся. Школьники дискутировали по темам проектов, оценивали продукты деятельности, выполняли разработанные школьниками задания.

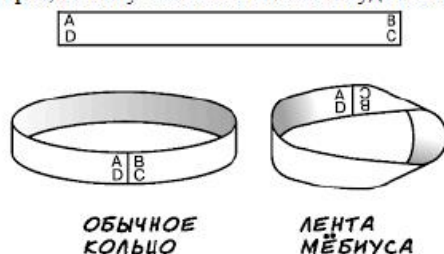
В авторской таблице 1 представлены результаты оценивания проектной деятельности в целом и по каждому критерию, выставленные в ходе рефлексии (максимально по каждому критерию выставлялось три балла).

Таблица 1. Оценка результатов проектной деятельности
Table 1 Assessment of the Results of Project Activities

Достижение цели	Глубина раскрытия темы	Использование разных источников	Творческий подход	Качество проектного продукта	Итого
1. Проект на тему «Магические свойства ленты Мёбиуса»					
3	2	3	2	3	13
2. Проект на тему «Как выбраться из лабиринта?»					
2	2	3	2	3	12
3. Проект на тему «Уникурсальные фигуры в повседневной жизни»					
3	2	2	3	3	13

Лента Мёбиуса

Если взять полоску бумаги и склеить её противоположные стороны перекрутив один раз, то получившийся объект и будет лентой Мёбиуса.



Самым известным свойством ленты Мёбиуса является то, что у неё только одна сторона. Это означает, что если идти по одной стороне ленты Мёбиуса, то в некоторый момент мы обязательно окажемся в той же точке, но с другой стороны. Проверьте это сами.



Разрезания ленты Мёбиуса и других лент с перекручиваниями

- I. Сколько лент получится, если разрезать ленту Мёбиуса по половине ширины. Предположи тут: __
Теперь разрежь ленту и напиши, сколько кусков ленты получилось: __⁽¹⁾
- II. Теперь разрежем ленту Мёбиуса на расстоянии 1/3 ширины от края. Предположи, что получится: _____
Теперь разрежь ленту и напиши, сколько что получилось: _____
(две, сплетенные друг с другом)

*Рисунок 1. Проект на тему «Лента Мёбиуса»
Figure 1 Möbius Strip Project*

Из вводной теоретической части, практических занятий и итоговых занятий по защите проектов состоял процесс знакомства школьников с элементами топологии в 5-6 классах в ОЦ Сириус, но разработанные ими карты топологических понятий включали уже теоретическую и практическую части (Ryabova, 2019). При создании продуктов проектной деятельности учащиеся осваивали основные топологические свойства, знакомились с непрерывностью, неориентируемостью, развивали наглядные пространственные представления в процессе моделирования объектов.

На рис.1 представлен один из продуктов проекта на тему «Лента Мёбиуса». Обучающиеся сформулировали инструкцию по созданию модели и основное свойство. В качестве практического материала ими были выбраны эксперименты по разрезанию модели. Наиболее интересным в данной работе оказался пример ленты с муравьями из работ М. Эшера, где демонстрируется «бесконечность» ленты Мёбиуса.

Результаты и их обсуждение *Results and Discussion*

На протяжении всего исследования авторами проводилось анкетирование обучающихся для выявления их представления об основных топологических понятиях и отношении к проектной деятельности. Результаты показали, что данный элективный курс вызывает интерес у школьников, а работа над проектом является для них увлекательным процессом. В анкету была включена пара связанных вопросов: «Что такое непрерывная деформация?» и «Какая деформация непрерывная?». Оба вопроса содержали варианты ответов. Как показали результаты анкетирования, школьникам проще оперировать с примерами деформаций, чем с определением (рис. 2, 3).



Рисунок 2. Ответы на вопрос «Что такое непрерывная деформация?»
Figure 2 Answers to the Question "What is continuous deformation?"

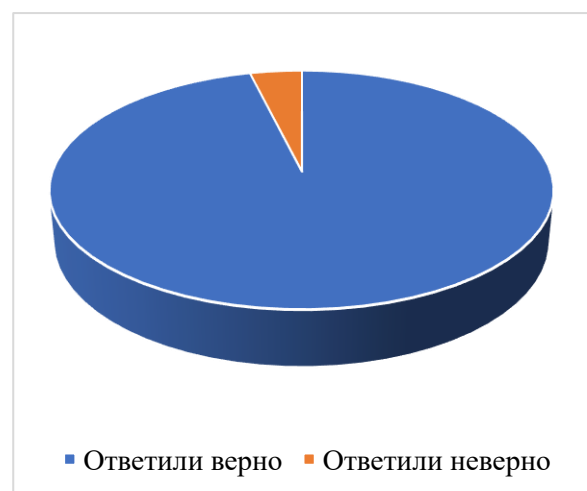


Рисунок 3. Ответы на вопрос «Какая из деформаций непрерывная?»
Figure 3 Answers to the Question "Which deformation is continuous?"

Анализ результатов анкетирования показал, что школьники успешно познакомились с новым разделом математики и освоили базовые принципы основ топологии, научились моделировать основные топологические объекты и выявили их основные особенности.

Ниже на рисунках представлены результаты сравнения ответов школьников разных групп на некоторые вопросы анкеты. Было выявлено, что обучающиеся ОЦ Сириус чаще других изучали дополнительные математические материалы (рис. 4), а учащиеся 5-7 классов школы Пскова знают о некоторых топологических объектах по мультфильмам.

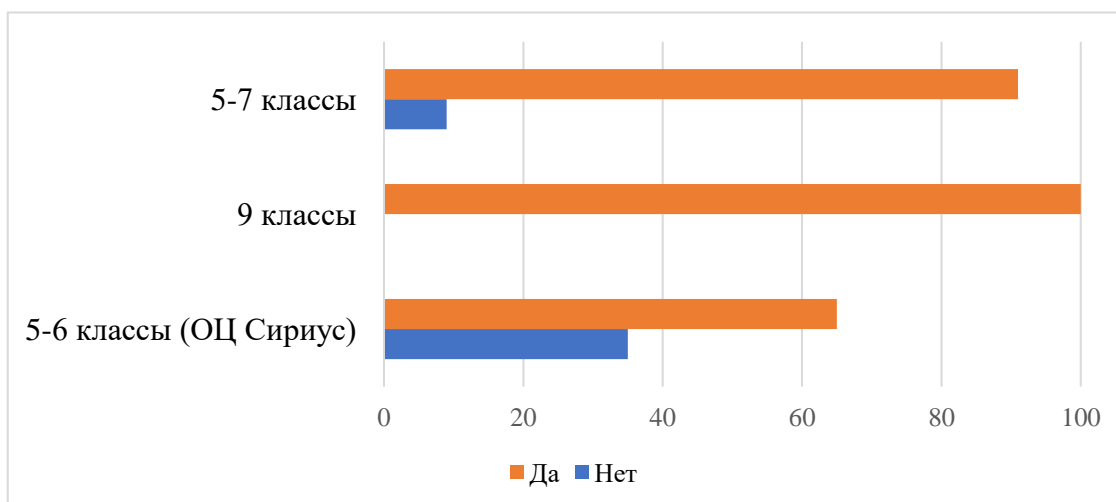


Рисунок 4. Ответы на вопрос «Узнал ли ты на занятиях что-то новое?»
Figure 4 Answers to the Question "Did you learn something new on the lesson?"

Школьники понимают на интуитивном уровне, что является предметом изучения топологии. Поэтому на вопрос о том, что такое топология, многие пытались приводить наглядные примеры, не выделяя ключевое свойство топологии. В связи с этим вопрос со свободным ответом при анкетировании в ОЦ Сириус был приведен к виду вопроса с выбором ответа (рис. 5)

В ходе исследования проводилась экспертная оценка целесообразности применения проектной технологии для знакомства школьников с топологией. Будущим учителям математики (студентам старшего курса) была представлена демоверсия элективного курса в виде интегративного занятия «Топологический треугольник», состоявшего из трех тем топологии: уникальные фигуры, математическое моделирование топологических многообразий, проблема раскраски карты.

Студенты отметили, что создание модели ленты Мёбиуса является наглядным средством изучения топологических свойств двумерного неориентируемого топологического многообразия. В результате обсуждения будущие учителя подчеркнули целесообразность использования технологии проектного обучения в рамках проведённого занятия по топологии; посчитали буклет и модель топологического многообразия удачным представлением результата проектной деятельности по данной тематике.

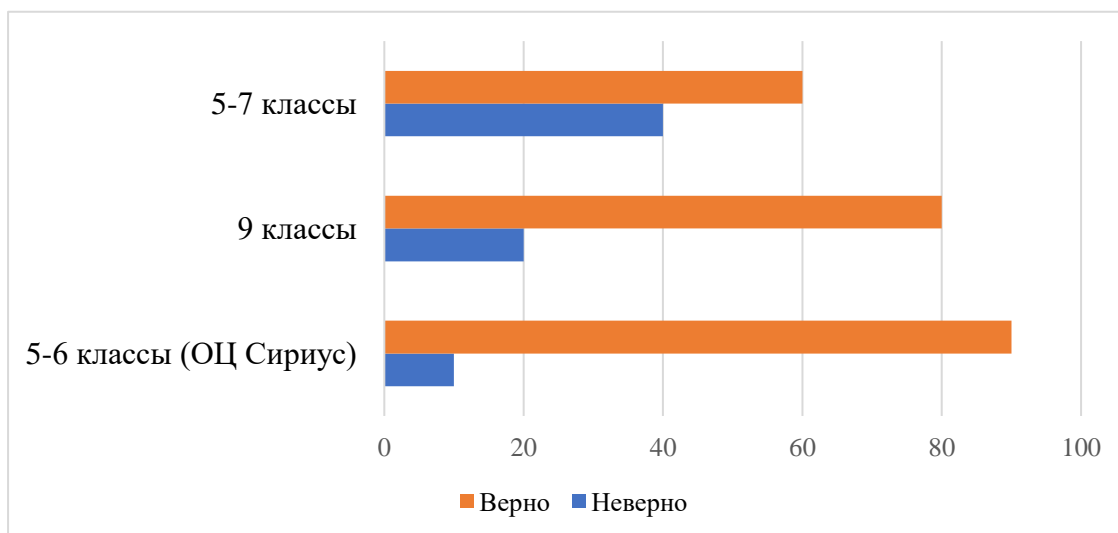


Рисунок 5. Ответы на вопрос «Что такое топология?»
Figure 5 Answers to the Question "What is topology?"

По их мнению, в большей мере у школьников в ходе знакомства с топологией путем вовлечения их в проектную деятельность развивается креативность мышления; далее — коммуникация, кооперация и критическое мышление (рис. 6).

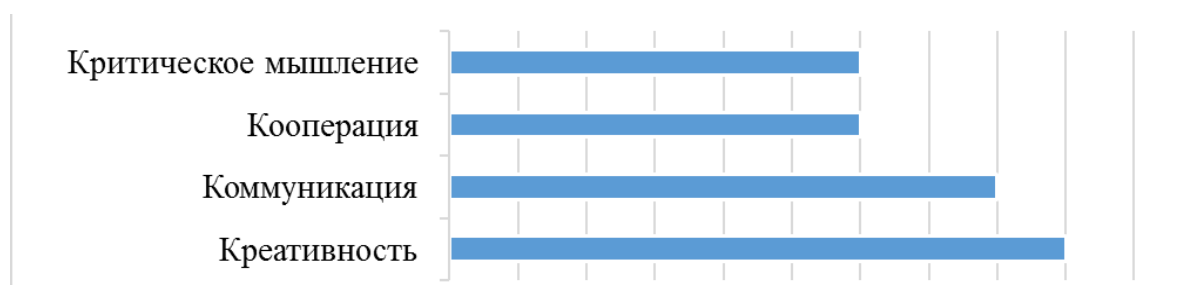


Рисунок 6. Ответы на вопрос «Что реальнее развивать на уроках в рамках технологии проектного обучения?»
Figure 6 Answers to the Question "What is more real in the lessons of project learning technology?"

Выводы **Conclusions**

Таким образом, на основе анализа результатов преподавания курса «Познакомьтесь с топологией» было выявлено, что технология проектного обучения является эффективным инструментом знакомства школьников с топологией. Участие в проектной деятельности, создание конечного продукта позволяет школьникам закрепить теоретические знания и применить их на практике, смоделировать топологические объекты. Исследование показало, что целесообразно учитывать возрастные особенности при использовании технологии проектного обучения. Например, можно менять тип конечного продукта, процесс работы над ним, способ подачи информации для создания проекта и пр. Надо отметить, что изучение элементов общей топологии с применением технологии проектного обучения у всех категорий обучающихся вызывает интерес к топологическим вопросам и задачам, способствует формированию наглядных пространственных представлений.

Высокая образовательная эффективность использования проектной технологии позволяет построить занятия, нацеленные на самостоятельное или групповое добывание знаний и их применение на практике. При групповой работе подразумевается организация рабочего пространства для достижения единой цели, что создает условия для развития навыка кооперации, упрочняется процесс взаимодействия социально-ролевой структуры внутри одной группы и между другими группами. При поиске и отборе информации возникает проблемная ситуация, требующая решения, поиск которого подталкивает учащихся на дальнейшие размышления и рационализацию, активизирует критическое мышление. При оформлении результатов проектной работы школьники задействуют и развивают креативность мышления, при защите продукта проектной деятельности овладевают основами коммуникативных навыков. При работе над проектами для учащихся создаются необходимые условия для успешного развития системы важных компетенций 21 века, что позволяет школьникам получить необходимые навыки для эффективного взаимодействия в обществе.

Summary

The article contains theoretical information about the technology of project-based teaching and about the ways of its application in teaching elements of general topology at school. An elective course in mathematics "Get to know topology" was developed and which was taught to schoolchildren of different age groups. An integrative lesson "Topological mosaic" was held for students in grades 5-7 of a secondary school, where each student worked

on an individual project. When teaching in 9 grades of the school, students were divided into small groups and worked on the proposed topics of projects, presented the results in accordance with the regulations. At the Sirius educational center, students worked in groups on proposed projects and presented the results to a wide audience.

Before and after each teaching of the course, a survey of schoolchildren was carried out. The results of a survey in grades 5-7 of schools showed that the use of project activities is exciting, and the selected topics of topology are interesting for schoolchildren.

Analysis of the results of the questionnaire survey in grades 5-6 of the Sirius educational center showed that the students successfully got acquainted with the new section of mathematics and mastered the basic principles of topology, learned how to model the main topological objects and identified their main features.

It was found that students of the Sirius Educational Center more often than others studied additional mathematical materials, but students in grades 5-7 of the Pskov school knew about some topological objects from cartoons.

Schoolchildren intuitively understand the subject of topology, but explicitly formulating it is difficult for them. Therefore, when asked what topology is, many tried to give illustrative examples without highlighting the key property of topology.

The article contains the results of an expert assessment of the taught course, assumptions about the development of the 4c-competence system are given.

Thus, it was revealed that the technology of project-based teaching is an effective tool for acquainting schoolchildren with topology. Creating a real product allows you to consolidate theoretical knowledge and apply it in practice in order to trace the existence of basic topological phenomena in the surrounding world. When working on projects for students, the necessary conditions are created for the successful development of a system of important competencies of the 21st century, which allows students to acquire the necessary skills for effective interaction in society.

Литература **References**

- Alexandrov, A.D. (2016). Pedagogical articles from different years *St. Petersburg: SMIO Press*.
- Bell, S. (2010). Project-based learning for the 21st century: skills for the future. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, 83(2), 39-43. DOI: <https://doi.org/10.1080/00098650903505415>
- Blumenfeld, P.C., Soloway, E., Marx, R.W., Krajcik, J.S., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist*, 26 (3-4), 369–398. DOI: <https://doi.org/10.1080/00461520.1991.9653139>
- Dul'zon, A.A. (2010). Opyt problemno-orientirovannogo i proektno-organizovannogo obuchenija. *Vysshee obrazovanie v Rossii*, 10, 42-48.
- Helle, L., Tynjälä, P., & Olkinuora, E. (2006). Project-based learning in post-secondary education – theory, practice and rubber sling shots. *Higher Education*, 51, 287-314. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10734-004-6386-5>
- Kokotsaki, D., Menzies, V., & Wiggins, A. (2016). Project-based learning: A review of the literature. *Sage Journals, Improving Schools* 19(3), 267-277. DOI: <https://doi.org/10.1177/1365480216659733>

- Lang, L. (2018). Encouraging Deep Learning through Collaborative Projects and Public Exhibition. *People: International Journal of Social Sciences*, 3(3), 1108-1124.
- Medvedeva, I., Martynyuk, O., Pan'kova, S., & Solovyova, I. (2018). Assessment of universal competencies of students. *Society. Integration. Education. Proceedings of the International Scientific Conference, Rēzekne, Volume I*, 384-393. DOI: <https://doi.org/10.17770/sie2019vol1.3767>
- Medvedeva, I., Martynyuk, O., Pan'kova, S., & Solovyova, I. (2020). On the Readiness of First-Year Students for Project-Oriented Training in Higher Education. *Society. Integration. Education. Proceedings of the International Scientific Conference, Rēzekne, Volume II*, 108-118. DOI: <https://doi.org/10.17770/sie2020vol2.5086>
- Ryabova, O. (2019). The use of mathematical models of topological objects in the study of properties of topological manifolds. *The Youth of the 21st Century: Education, Science, Innovations: Proceedings of VI International Conference for Students, Postgraduates and Young Scientists, Vitebsk, December 12, 2019. Vitebsk: Vitebsk State University named after P.M. Masherov*, 28-29.