

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ: ВЫЯВЛЕНИЕ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПОНЯТИЯМИ

Problems of Mathematical Education of Primary School Teachers: Identifying Relationships between Concepts

Olga Sheremeteva

Herzen State Pedagogical University of Russia, Russian Federation

Valentina Turkina

Petrozavodsk State University, Russian Federation

Abstract. *The purpose of this article is to investigate how the undergraduate students in the primary education programs understand mathematical information (concepts). Having an understanding of the mathematical content allows the teacher to design different approaches to teaching younger students with different learning styles and abilities. The analysis of theoretical studies published in Russian scientific literature has shown that one of the important criteria for understanding information in a particular field of knowledge is to identify logical connections between the concepts of this field. In this article the authors present the results of their study on how undergraduate students studying in the profiles of "Primary Education" and "Psychological and Pedagogical Education" form the links between the concepts used in everyday life versus the connections between mathematical concepts. The results show that other disciplines/ fields of study influence the formation of connections between mathematical concepts. In addition, some specific difficulties in establishing some of these connections were identified. Based on this research, the authors provide recommendations on specific strategies to improve the professional education for future teachers in the area of mathematical knowledge.*

Keywords: *mathematical training of primary school teachers; understanding of mathematical information; relationships between mathematical concepts.*

Введение *Introduction*

В современных условиях от учителя начальных классов требуется готовность самостоятельно выбирать способы организации, приемы и средства обучения, позволяющие положительно влиять как на образовательный процесс, так и на его результаты. Для осуществления такого самостоятельного выбора учитель должен так владеть содержанием

учебного предмета, чтобы уметь по-разному интерпретировать информацию, т.е. подбирать подходящие примеры, составлять учебные задания для детей, подбирать виды деятельности, вести диалог на языке, доступном ученикам. Применительно к математике, объекты которой обладают высокой степенью абстракции, необходимость такой интерпретации приобретает особое значение (Arthur, Owusu, Asiedu-Addo & Arhin, 2018; Bershadsky, 2004; Skemp, 1987; Turkina, 2018). Для этого будущий учитель должен понимать математику.

Однако, специфика подготовки будущего учителя начальных классов на факультетах начального образования заключается в необходимости овладения широким спектром знаний из различных предметных областей, и на математическую подготовку отводится довольно незначительное количество учебных часов (Granichina & Sheremeteva, 2020).

Разрешение имеющегося противоречия между необходимостью наличия у будущих учителей начальной школы понимания математики и ограниченностью учебных ресурсов для этого требует исследования возможностей организации процесса изучения математических дисциплин, направленного на понимание, в условиях обучения на факультетах начального образования.

Цель данной статьи заключается в описании результатов экспериментального исследования уровней понимания математики студентами, обучающимися по профилям начального образования и психология, и обосновании влияния выявленных условий на видение студентами связей между математическими понятиями, характеризующее понимание математики.

Методами исследования являются теоретический анализ литературных источников, анкетирование, обработка и анализ полученных данных.

Теоретические основы исследования *The Theoretical Background*

Педагог, организующий процесс обучения младших школьников математике, должен уметь выбирать средства и методы обучения, соответствующие реальным условиям обучения, должен уметь по-разному интерпретировать математическую информацию, составлять и корректировать учебные задания для детей в зависимости от их возможностей, организовывать разные виды деятельности с математическими объектами. Для этого учителю необходимо обладать целостным видением математических объектов, умением характеризовать одни математические понятия на основе их связей с другими (Sheremeteva, 2018). Поэтому подготовка студента должна быть направлена не только на

формирование определенной системы математических знаний, но и на понимание объектов познания математики.

Исследователи характеризуют знание как предпосылку и психологическую основу понимания, а само понимание - как способность постичь смысл и значение познаваемого объекта, явления, текста, и это постижение связано с выделением существенных элементов и их взаимосвязей (Brudny, 1998; Zinchenko, 1998). Постигание смысла познаваемого объекта происходит на основе отражения в сознании отношений, связей этого объекта с тем, что уже есть в сознании человека. Это выстраивание целостного видения объекта, которое включает в себя содержательные, логические, эмоциональные компоненты. Понять - значит иметь возможность из имеющихся элементов знаний, представлений, установок, ощущений собрать функционирующее целое, называемое семантическим полем.

В самом процессе понимания выделяют три уровня: последовательное изменение структуры воссоздаваемой в сознании ситуации (монтаж семантического поля), перемещение мысленного центра ситуации от одного ее элемента к другому (переценовка семантического поля) и построение целого (трансформированный концепт) (Bershadsky, 2004; Brudny, 1998; Turkina, 2011; Znakov, 1998; Wertheimer, 1987). В процессе прохождения познающим субъектом этих уровней происходит изменение значимости выявляемых связей, наполнение знаний смыслом, переход в новое качество, называемое «живым знанием» (Zinchenko, 1998).

Наличие понимания характеризуется умением построить собственную действенную модель объекта, которая адекватна ситуации, используя для этого различные виды информации и связи между ними.

Хранение информации в сознании человека как правило опирается на имеющиеся наборы понятий, между которыми существуют различные виды содержательных связей. В процессе обучения математике, как правило, устанавливаются родовидовые связи между понятиями. Так, среди явных определений в математике чаще всего используются определения через род и видовое отличие. Кроме этого, достаточно часто рассматриваются причинно-следственные связи (например, в процессе обоснований), связи вида часть – целое (например, в генетических определениях) и т.д. Некоторые связи между понятиями устанавливаются стихийно и не всегда верно. В процессе обучения при монтаже семантического поля, т.е. перемещении по цепочке от одного понятия к другому, познающий субъект не всегда имеет возможность увидеть связи между несоседними элементами этого поля. В частности, некоторые студенты испытывают затруднения при определении отношений между объемами понятий прямоугольника, ромба и квадрата. Зная, что множество прямоугольников содержит множество

квадратов, они при этом считают, что множества прямоугольников и ромбов не пересекаются. Причиной этого является видение квадрата только с позиций знакомого со школы родовидового определения, т.е. как прямоугольника с равными сторонами. А рассмотрение квадрата в качестве ромба с прямым углом могло бы являться следствием работы по перецентровке семантического поля геометрических понятий и построения целостного концепта.

Выявление уровней понимания связей между математическими понятиями может служить важным показателем качества математической подготовки будущих учителей начальных классов. Очевидно, что чем выше этот уровень у будущего учителя, тем больше у него возможностей для нахождения решения задач, для составления задач, для нахождения нужных путей для выстраивания диалога с детьми, для организации процесса обучения младших школьников математике (Sheremeteva, 2012).

В психологии для диагностики уровней понимания связей между абстрактными понятиями используется методика «логика связей» (Bershadsky, 2004; Golovey & Rybalko, 2010). Методика основана на предъявлении ученику житейских понятий и позволяет исследовать понимание испытуемыми связей между этими понятиями. Она предназначена для людей, имеющих среднее образование, поэтому может применяться для исследований уровней понимания студентами житейских понятий.

Испытуемым сообщается, что первые шесть пар слов, снабженных цифрами от единицы до шести, задают определенные типы связей между понятиями (Табл. 1).

*Таблица 1. Виды связей между житейскими понятиями
Table 1 Types of Connections between Everyday Concepts*

№ типа связи	I	II	III	IV	V	VI
Определяющий пример	овца – стадо	малина – ягода	море – океан	свет – темнота	отравление – смерть	враг – неприятель

Требуется определить аналогичные типы связей в остальных парах слов и указать для каждой пары номер соответствующего примера, в котором задан тот же тип связи, что и для данной пары слов: испуг – бегство, месть – поджог, физика – наука, десять – число, правильно – верно, плакать – реветь, грядка – огород, глава – роман, пара – два, покой – движение, слово – фраза, смелость – геройство, бодрый – вялый, обман – недоверие, свобода – воля, прохлада – мороз, страна – город, пение –

искусство, похвала – брань, тумбочка – шкаф. Следует отметить, что для каждой пары понятий может быть выявлено более одного вида связи.

Для диагностики уровней понимания связей между научными понятиями целесообразно добавить другие типы связей, специфичные для определенной области знаний. В частности, для диагностики понимания связей между математическими понятиями нами были даны названия типов связей и добавлены еще три типа связей VII – IX (Табл. 2) (Sheremeteva, 2012).

Таблица 2. *Виды связей между математическими понятиями*
 Table 2 *Types of Connections between Mathematical Concepts*

№ типа связи	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Определяющий пример	овца – стадо	малина – ягода	море – океан	свет – темнота	отравление – смерть	враг – неприятель	мама – ребенок	волк – лиса	стих – поэзия
Тип связи	элемент – множество	вид – род	степень	противоположность	причина – следствие	тождественность	взаимозависимость	вид – вид	обобщение

Для диагностики уровней понимания связей между математическими понятиями мы выбрали пары математических понятий, изучаемых студентами гуманитарных направлений в вузовском курсе математики. Студентам предлагается определить тип связей между следующими парами понятий: высказывание – предикат, натуральные числа – рациональные числа, значение функция – аргумент функции, делимое – делитель, параллельность – перпендикулярность, подмножество – его дополнение, катет – гипотенуза, уравнение – строгое неравенство с переменной, многоугольник – многогранник, треугольник – многоугольник, плоскость – пространство, уравнение – система уравнений, делимость – кратность, куб – шар, система уравнений – совокупность уравнений, число – переменная, функция – соответствие, аксиома – теорема, сложение целых чисел – вычитание целых чисел, делимость слагаемых на число – делимость суммы на число. В этом случае для каждой пары понятий тоже может быть выявлено более одного вида связи.

Методы, организация и результаты исследования *Methods, Organization and Results of the Research*

Целью исследования являлось установление уровней понимания студентами связей между житейскими и математическими понятиями, выявления различий у студентов двух групп в определении типов связей, а также в выявлении связей, вызывающих наибольшее количество трудностей и требующих дополнительных усилий со стороны педагогов по преодолению этих трудностей с целью повышения эффективности обучения математике. В экспериментальной работе принимали участие студенты – будущие психологи и студенты – будущие учителя начальных классов, обучающиеся в двух вузах (Российском государственном педагогическом университете им. А.И. Герцена и Петрозаводском государственном университете) и изучившие курс математики, практически идентичный по содержанию. В исследовании принимали участие более 120 студентов. Участникам анкетирования было предложено заполнить две таблицы: «Виды связей между житейскими понятиями» (Табл. 1) и «Виды связей между математическими понятиями» (Табл. 2).

Обработка результатов анкетирования (результатов заполнения таблиц участниками) осуществлялась двумя способами: а) по количеству неправильно выявленных связей между понятиями; б) по количеству связей, которые не были выявлены. В результате обработки были получены следующие результаты:

1. Обе группы студентов (студенты, обучающиеся по профилям психология и начальное образование) обладают достаточно высоким уровнем понимания связей между житейскими понятиями. Количество неправильно выявленных связей (ошибок) не превышало 9 и в среднем составляло около 15%. Различия в количестве ошибок в двух группах студентов не являются значимыми, что было проверено с помощью критерия U Манна-Уитни (Sidorenko, 2002). О незначительности отличий в количестве правильно выявленных связей между житейскими понятиями в двух группах студентов можно судить по данным таблицы 3 (Табл. 3).

2. Незначительность различий в понимании двумя группами студентов связей между житейскими понятиями является свидетельством возможности дальнейшего проведения сравнения этих групп студентов по уровню усвоения ими связей между математическими понятиями.

Таблица 3. Результаты диагностики видов связей между житейскими понятиями
Table 3 Results of Diagnostics of Types of Connections between Everyday Concepts

№ типа связи		I	II	III	IV	V	VI
Тип связи		элемент – множество	вид – род	степень	противопо- ложность	причина – следствие	тождествен- ность
Количество верно выявленных связей (в %)	П	53%	46 %	42%	98%	53%	67%
	НО	55%	58 %	43%	87%	58%	65%

П – студенты, обучающиеся по профилю психология, НО - студенты, обучающиеся по профилю начальное образование.

3. Уровень понимания связей между математическими понятиями в обеих группах студентов оказался ниже уровня понимания связей между житейскими понятиями. Количество неправильно выявленных связей (ошибок) в некоторых анкетах доходило до 20 и в среднем составило 34%. При этом количество ошибочно выбранных связей в группе студентов, обучающихся по профилю начальное образование, оказалось существенно ниже, чем в группе студентов, обучающихся по профилю психология. Эти различия, составляющие около 20%, являются значимыми, что было подтверждено с помощью критерия U Манна-Уитни (Sidorenko, 2002). Об отличиях в количестве правильно выявленных связей между математическими понятиями в двух группах студентов можно судить по данным таблицы 4 (Табл. 4). В подавляющем большинстве случаев количество выявленных связей во второй группе студентов превышает соответствующее количество в первой группе.

Таблица 4. Результаты диагностики видов связей между математическими понятиями

Table 4 Results of Diagnostics of Types of Connections between Mathematical Concepts

№ типа связи		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Тип связи		элемент – множество	вид – род	степень	противопо- ложность	причина – следствие	тождествен- ность	взаимозави- -симось	вид – вид	обобщение
Количество верно выявленных связей (в %)	П	32%	12%	0%	7%	0%	53%	26%	10%	13%
	НО	34%	10%	5%	25%	3%	62%	31%	27%	16%

П – студенты, обучающиеся по профилю психология, НО - студенты, обучающиеся по профилю начальное образование.

Наличие различий между количеством выявленных связей между двумя группами студентов мы объясняем двумя причинами: 1) наличием у студентов, обучающихся по профилю начальное образование, профессиональной мотивации на уяснение специфики математических понятий, которые в том или ином виде находят свое отражение в начальном курсе математики, 2) спецификой организации учебного процесса: при модульной организации обучения у будущих учителей математические дисциплины изучаются параллельно с дисциплинами методической направленности, поэтому, вероятно, происходит частичный перенос методов работы с понятиями начального курса математики на математические понятия, изучаемые в дисциплинах математической направленности.

4. Наиболее сложными для выявления оказались следующие типы связи между понятиями: V (причина – следствие), III (степень), и IX (обобщение). (Табл. 4). Количество верно выявленных связей этих типов составило соответственно 3%, 5% и 16% у студентов, обучающихся по профилю начальное образование, и 0%, 0% и 13% у студентов-психологов. Кроме того, у последних низкий процент выявленных связей отмечается в типах IV (противоположность) и VIII (вид – вид).

Анализ причин затруднений позволил разработать некоторые рекомендации для внесения изменений в процесс обучения математике будущих учителей начальных классов, для которых профессионально необходимо владеть разными способами работы с абстрактными понятиями.

Выявленные проблемы в установлении студентами связей между понятиями объясняются спецификой изучения математических дисциплин. В частности, трудности в определении причинно-следственных связей связаны с недостаточностью обоснований в процессе обучения. Небольшое количество учебных часов, отводимых на математические дисциплины, как правило, приводит к тому, что большая часть времени отводится на знакомство с определениями основных понятий и формулировками утверждений, а также решение стандартного набора типовых задач. Для целенаправленного формирования у студентов видения причинно-следственных связей следует шире использовать возможности для проведения обоснований. В частности, можно рекомендовать при решении большинства задач предлагать студентам находить обоснования для каждого шага в решении задачи.

Проблемы с выявлением связей между понятиями, относящихся к типу «степень», можно объяснить недостаточностью работы с содержанием изучаемых понятий, т.е. работы по выделению как существенных, так и несущественных свойств объектов, характеризующихся изучаемым понятием,

нахождением общих и различных свойств объектов, характеризующихся различными понятиями. Работа в этом направлении будет способствовать пониманию связей между абстрактными понятиями.

Незначительное количество выявленных студентами связей типа «обобщение» свидетельствует о недостаточности работы с объемами понятий, в частности, работы по установлению отношений между объемами изучаемых понятий. Элементы теории множеств, изучаемые в курсах математики для гуманитариев, дают возможность при изучении других математических понятий решать задачи, связанные с определением отношений между объемами вводимых и ранее изученных понятий, изображать эти отношения на кругах Эйлера.

Сказанное выше объясняет целесообразность дополнения курса математики некоторыми задачами и видами заданий. Их использование позволит осуществлять целенаправленную работу по перецентровке семантического поля математических понятий и построению из довольно разрозненного, как показали наши исследования, набора математических знаний и представлений функционирующего целого.

Выводы *Conclusion*

В результате проведенного теоретического анализа проблемы исследования возможностей организации процесса изучения математических дисциплин, направленного на понимание, авторами предложено использовать модифицированную психологическую методику «Логика связей», дающую возможность определения уровней понимания связей между житейскими и математическими понятиями.

В результате проведенного эмпирического исследования, основанного на анкетировании студентов двух университетов, обучающихся по профилям психология и начальное образование, и обработки данных этого анкетирования были сделаны следующие выводы:

1. Уровни понимания связей между житейскими понятиями у студентов этих двух профилей не обладают значимыми различиями. Однако, у студентов этих двух профилей имеются значимые различия в понимании связей между математическими понятиями. Правильное выявление студентами профиля начального образования большего количества связей между математическими понятиями объясняется, по мнению авторов, двумя причинами: 1) наличием у студентов, обучающихся по профилю начальное образование, профессиональной мотивации на выяснение специфики математических понятий, 2) спецификой

организации учебного процесса, т.е. модульной организацией процесса обучения, при которой математические дисциплины изучаются параллельно с методическими.

2. Наибольшее количество трудностей вызывает у студентов понимание следующих типов связей между математическими понятиями: причина – следствие, степень и обобщение.
3. Рекомендации по целесообразности дополнения курса математики некоторыми задачами и видами заданий, предложенные авторами, будут способствовать повышению уровня понимания связей между математическими понятиями.

Summary

As a result of the theoretical analysis of the problem of studying the possibilities of organizing the process of studying mathematical disciplines aimed at understanding, the authors proposed to use a modified psychological methodology "Logic of Connections", which makes it possible to determine the levels of understanding of the connections between everyday and mathematical concepts.

As a result of the conducted empirical research, based on a survey of students of two universities studying in the profiles of psychology and primary education, and processing the data of this survey, the following conclusions were made:

1. The levels of understanding of the connections between everyday concepts among students of these two profiles do not have significant differences. However, students of these two profiles have significant differences in understanding the connections between mathematical concepts. The correct identification by students of the primary education profile of more connections between mathematical concepts is explained, according to the authors, by two reasons: 1) the presence of students studying in the profile of primary education, professional motivation to understand the specifics of mathematical concepts, 2) the specifics of the organization of the educational process, i.e. the modular organization of the learning process, in which mathematical disciplines are studied in parallel with the methodological ones.
2. The greatest number of difficulties causes students to understand the following types of connections between mathematical concepts: cause-effect, degree and generalization.
3. Recommendations on the feasibility of supplementing the course of mathematics with some tasks and types of tasks proposed by the authors will help to increase the level of understanding of the connections between mathematical concepts.

Список литературы References

Arthur, Y.D., Owusu, E.K., Asiedu-Addo, S., & Arhin, A.K. (2018). Connecting Mathematics To Real Life Problems: A Teaching Quality That Improves Students' Mathematics Interest. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME)*, Volume 8, Issue 4, Ver. II, 65-71. DOI: 10.9790/7388-0804026571

- Bershadskij M.E. (2004). Ponimanie kak pedagogicheskaja kategorija. Moskva: Centr «Pedagogicheskij poisk».
- Brudnyj, A.A. (1998). *Psihologicheskaja germenentika*. Moskva: Labirint.
- Golovey, L.A., Rybalko, E.F. (2010). *Praktikum po vozrastnoj psihologii: Uchebnoe posobie*. Sankt-Peterburg: Rech'.
- Granichina, O.A. & Sheremeteva, O.V. (2020). Some Problems of Quality Assurance of Mathematical Education of Future Primary School Teachers. *Society, Integration, Education. Proceedings of the International Scientific Conference, Volume III*, 164-175.
- Sidorenko, E.V. (2002). *Metody matematicheskoy obrabotki v psihologii*. Sankt-Peterburg: Rech'.
- Skemp, R. (1987). *The Psychology of learning mathematics. Expanded American Edition*. Hillsdale, New Jersey.
- Sheremeteva, O.V. (2012). Odin iz sposobov diagnostiki urovnej ponimaniya svjazej mezhdu matematicheskimi ponjatijami. *Problemy teorii i praktiki obuchenija matematike. Materialy Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii "65 Gercenovskie chtenija"*, 94-97.
- Sheremeteva, O.V. (2018). Ustanovlenie svjazej mezhdu ponjatijami kak sredstvo obuchenija studentov ispol'zovaniyu matematicheskoy i pedagogicheskoy terminologii. *Gercenovskie chtenija. Nachal'noe obrazovanie*, 9-1, 233-237.
- Turkina, V.M. (2018). Vzaimosvjaz' ideal'noj i real'noj form znanija v obuchenii (na primere obuchenija matematike). *Nepreryvnoe obrazovanie: XXI vek*, 3 (23). DOI: 10.15393/j5.art.2018.4069.
- Turkina, V.M. (2011). Problema ponimaniya uchebnogo materiala v uslovijah realizacii trebovanij gosudarstvennogo obrazovatel'nogo standarta vtorigo pokolenija. *Materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii 21-22 aprelja 2011 goda «Kompetentnostnyj podhod v polikul'turnom obrazovatel'nom prostranstve»*, 179 – 182.
- Wertheimer, M. (1987). *Produktivnoe myshlenie*. Moskva: Progress.
- Zinchenko, V.P. (1998). *Psihologicheskaja pedagogika. Materialy k kursu lekcij. Chast' 1. Zhivoe znanie*. Samara: Samarskij Dom pečati.
- Znakov, V.V. (1998). *Ponimanie v poznanii i obshhenii*. Samara: SamGPU.